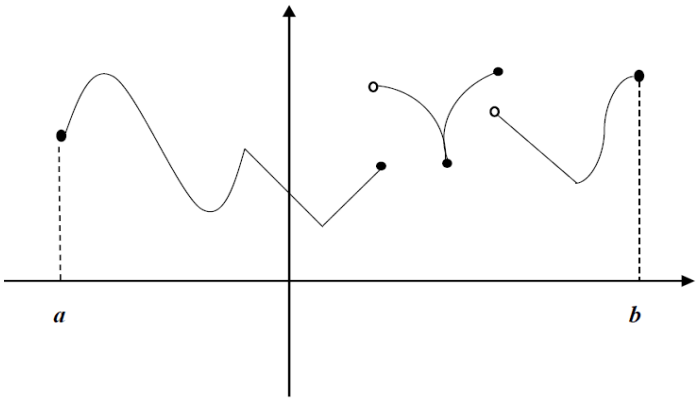
باسمه تعالی

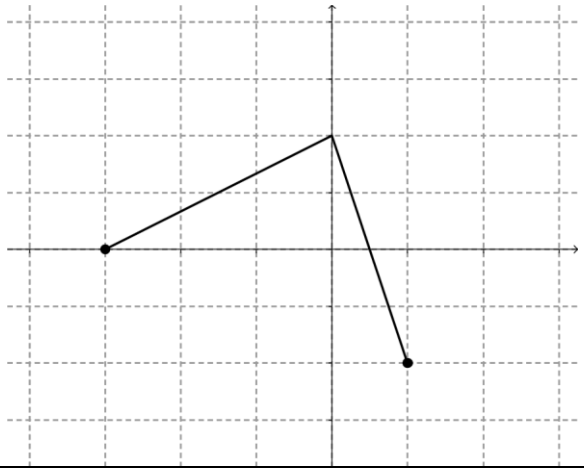
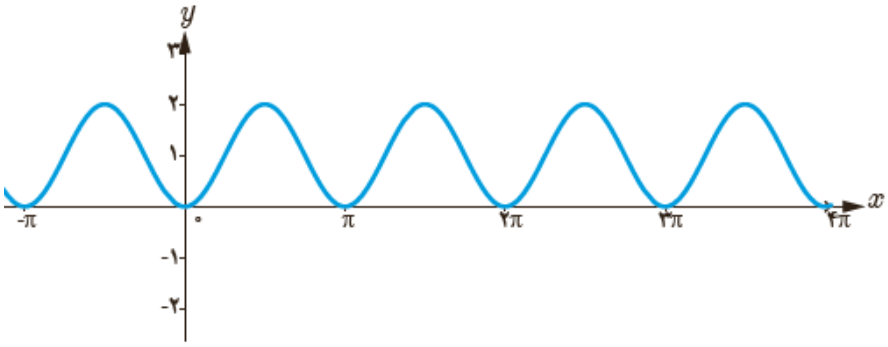
| | | | |
|---|---|---|---|
| **سؤالات درس : حسابان۲** | **رشته : ریاضی و فیزیک** | **ساعت شروع :** | **مدت امتحان : ۱۲۰دقیقه** |
| **نام و نام خانوادگی :** | **پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه** | **تاریخ امتحان:** | **تعداد صفحه : ۳** |
| | | | |

| **ردیف** | **سؤالات (پاسخ نامه دارد)** | **نمره** |
|---|---|---|
| ۱ | به سؤالات چهار گزینه‌ای زیر پاسخ دهید.<br><br>الف) نمودار تابع $f$ با دامنه $[a,b]$ به شکل مقابل است. این تابع چند نقطه اکسترمم نسبی دارد؟<br>۱) پنج نقطه ۲) شش نقطه<br>۳) هفت نقطه ۴) هشت نقطه<br>  <br><br><br>ب) اگر $f$ تابعی مشتق پذیر باشد و $f(۳)=۹$ و $f'(۳)=۱$ مقدار $(۴\sqrt{f})'(۳)$ کدام است؟<br>۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۶}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$<br><br>پ) تابع $f(x)=\lvert x^۲-۴\rvert$ را در نظر بگیرید. حاصل‌ضرب شیب‌های دو نیم مماس قابل رسم بر نمودار تابع در $x=۲$ کدام است؟<br>۱) ۱۶ ۲) ۱۶- ۳) ۴ ۴) ۴- | ۱/۵ |
| ۲ | درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.<br><br>الف) تابع $f(x)=-x^۲+۲x$ روی بازهٔ $(-\infty,۱]$ اکیداً صعودی است.<br><br>ب) برای اینکه تابع $f$ روی بازه $[a,b]$ مشتق پذیر باشد کافی است $f$ در بازه $(a,b)$ مشتق پذیر باشد. | ۰/۵ |
| ۳ | جاهای خالی زیر را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.<br><br>الف) برای آنکه تابع $y=ax+b$ در دامنه‌اش هم صعودی باشد و هم نزولی مقدار $a$ باید برابر با ..... باشد.<br><br>ب) تجزیه عبارت $x^۶-۱$ برحسب عامل $x-۱$ به صورت ..... است. | ۰/۵ |
| ۴ | مقادیر $m,n$ را طوری بیابید که چند جمله‌ای $x^۳+x^۲+mx-n$ بر $x-۱$ و $x+۱$ بخش پذیر باشد. | ۱ |

« ادامه سؤالات در صفحه دوم »

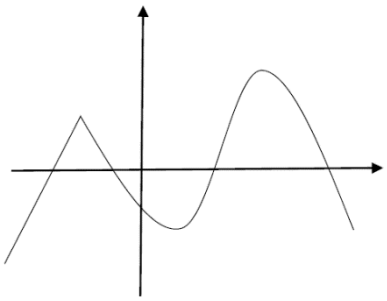
باسمه تعالی

| | | | |
|---|---|---|---|
| **سؤالات درس : حسابان۲** | **رشته : ریاضی و فیزیک** | **ساعت شروع :** | **مدت امتحان : ۱۲۰دقیقه** |
| **نام و نام خانوادگی :** | **پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه** | **تاریخ امتحان:** | **تعداد صفحه : ۳** |
| | | | |

| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | نمره |
|---|---|---|
| ۵ | با استفاده از نمودار تابع $f(x)$ که در شکل زیر داده شده است، نمودار تابع $g(x)=۲f(۳x)$ را رسم کنید. سپس دامنه و برد تابع $g$ را تعیین کنید.  | ۱ |
| ۶ | نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $f(x)=a\sin bx+c$ یا $f(x)=a\cos bx+c$ است. با تشخیص دوره‌تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع ، ضابطه آن را مشخص نمایید.   | ۱ |
| ۷ | معادله مثلثاتی $\sin x\cos x=\frac{۱}{۴}$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بیابید. | ۱ |
| ۸ | حاصل حدهای زیر را بیابید. الف) $\lim\limits_{x\to ۳^-}\frac{۴x+۲}{\lvert x-۳\rvert}$ ب) $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{x-x^۳}{۴x^۳-۳x+۳}$ پ) $\lim\limits_{x\to ۰^-}\frac{۴-\cos ۳x}{x}$ | ۱/۵ |
| ۹ | مجانب‌های قائم و افقی تابع $y=\frac{x}{x^۲-۹}$ را بیابید. | ۱ |
| | « ادامه سؤالات در صفحه سوم » | |

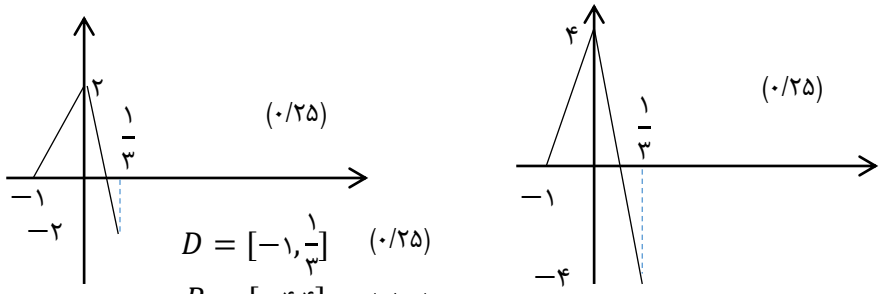
باسمه تعالی

| | | | |
|---|---|---|---|
| **سؤالات درس : حسابان۲** | **رشته : ریاضی و فیزیک** | **ساعت شروع :** | **مدت امتحان : ۱۲۰دقیقه** |
| **نام و نام خانوادگی :** | **پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه** | **تاریخ امتحان:** | **تعداد صفحه : ۳** |
| | | | |

| **ردیف** | **سؤالات (پاسخ نامه دارد)** | **نمره** |
|---|---|---|
| ۱۰ | نقاطی مانند $D, C, B, A$ را روی نمودار $y = f(x)$ مشخص‌کنید به طوری که :<br>( نمودار را در پاسخ برگ رسم کرده و نقاط خواسته شده را روی آن مشخص نمایید) .<br>  <br>الف) A : نقطه‌ای که مقدار مشتق در آن صفر است.<br>ب) B : نقطه‌ای که تابع در آن مشتق پذیر نیست.<br>پ) C : نقطه‌ای که مقدار تابع منفی ولی مقدار مشتق در آن مثبت است.<br>ت) D : نقطه‌ای که مقدار تابع صفر و مقدار مشتق در آن منفی است. | ۱ |
| ۱۱ | تابع $f(x) = \begin{cases} ۵x - ۴ & x < ۰ \\ x^۲ & ۰ \le x \le ۳ \\ x + ۶ & x > ۳ \end{cases}$ داده شده است. مشتق پذیری تابع f را در $x = ۰$ و $x = ۳$ بررسی کنید. | ۱/۵ |
| ۱۲ | مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)<br>الف) $f(x) = \left(\frac{x^۳}{۲x - ۱}\right)(۴x^۲ + ۳)$ ب) $g(x) = \sin^۳(-۴x - ۱)$ | ۲ |
| ۱۳ | معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^۲ + ۳t$ است. در چه لحظه‌ای سرعت متوسط در بازه $[۰,۱]$ برابر با سرعت لحظه‌ای آن می شود؟ | ۱ |
| ۱۴ | اگر $(-۱,۴)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = ax^۳ - bx + ۲$ باشد ، $a, b$ را بیابید. | ۱/۵ |
| ۱۵ | اکسترمم‌های مطلق تابع با ضابطه $f(x) = ۳x^۴ - ۸x^۳$ را در بازه $[-۱,۳]$ بیابید. | ۱ |
| ۱۶ | جهت تقعر تابع $f(x) = x^۳ - ۳x^۲ + ۳x + ۲$ را در دامنه آن بررسی کرده و نقطه عطف را در صورت وجود به دست آورید. | ۱/۲۵ |
| ۱۷ | جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \frac{-x + ۱}{۲x - ۱}$ را رسم کنید. | ۱/۷۵ |
| | « موفق باشید. » جمع نمره | ۲۰ |

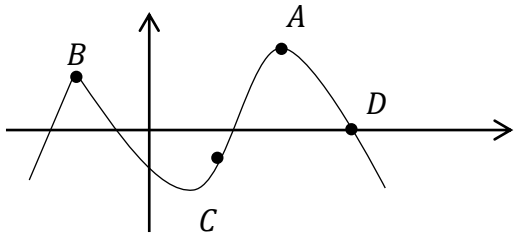
بسمه تعالی

| | | |
|---|---|---|
| **راهنمای تصحیح سؤالات درس: حسابان۲** | **رشته : ریاضی و فیزیک** | **ساعت شروع :** |
| **پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه** | **تاریخ امتحان :** | **تعداد صفحه: ۳** |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|---|---|---|
| ۱ | الف) **گزینه ۳** صفحه ۱۱۵ ب) **گزینه ٤** صفحه ۹۵ پ) **گزینه ۲** صفحه ۸۷ ( هرمورد ۰/۵) | ۱/۵ |
| ۲ | الف) **درست** صفحه ۱۲۱ ب) **نادرست** صفحه ۹۷ ( هرمورد ۰/۲۵) | ۰/۵ |
| ۳ | الف) **صفر** صفحه ۱۶ ب) $(x-۱)(x^۵+x^۴+x^۳+x^۲+x+۱)$ صفحه ۲۲ هر مورد (۰/۲۵) | ۰/۵ |
| ۴ | صفحه ۲۲<br>$P(۱)=۰ \to ۱+۱+m-n=۰ \to m-n=-۲$ (۰/۲۵)<br>$P(-۱)=۰ \to -۱+۱-m-n=۰ \to -m-n=۰$ (۰/۲۵)<br>$-۲n=-۲ \to n=۱ \to m-۱=-۲ \to m=-۱$ (۰/۲۵)<br>(۰/۲۵) | ۱ |
| ۵ | صفحه ۱۲ ( در صورتی که فقط نمودار اصلی به طور صحیح رسم شده باشد نمره رسم کامل منظور گردد) .<br>  <br>(۰/۲۵)<br>$D=[-۱,\frac{۱}{۳}]$ (۰/۲۵)<br>$R=[-۴,۴]$ (۰/۲۵) | ۱ |
| ۶ | صفحه ۳۳<br>$C=\frac{y_{max}+y_{min}}{۲}=\frac{۲+۰}{۲}=۱$ (۰/۲۵)<br>$\lvert a\rvert=\frac{y_{max}-y_{min}}{۲}=\frac{۲-۰}{۲}=۱$ (۰/۲۵) $T=\pi=\frac{۲\pi}{\lvert b\rvert} \to b=۲$ (۰/۲۵)<br>$y=-Cos۲x+۱$ (۰/۲۵) | ۱ |
| ۷ | صفحه ۴۰<br>$۲\times\sin x\cos x=\frac{۱}{۴}\times ۲ \to ۲\sin x\cos x=\frac{۱}{۲} \to \sin ۲x=\sin\frac{\pi}{۶}$ (۰/۵)<br>$\begin{cases} ۲x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶} \to x=k\pi+\frac{\pi}{۱۲} \\ ۲x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۶} \to x=k\pi+\frac{۵\pi}{۱۲} \end{cases}$ (۰/۵) | ۱ |
| ۸ | الف) $\frac{۱۴}{۰^+}=+\infty$ (۰/۵) صفحه ۵۸ ب) $-\frac{۱}{۴}$ (۰/۵) صفحه ۶۶ پ) $\frac{۳}{۰^-}=-\infty$ (۰/۵) صفحه ۵۵ | ۱/۵ |
| « ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم » | | |

بسمه تعالی

| | | |
|---|---|---|
| **راهنمای تصحیح سؤالات درس: حسابان۲** | **رشته : ریاضی و فیزیک** | **ساعت شروع :** |
| **پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه** | **تاریخ امتحان :** | **تعداد صفحه: ۳** |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|---|---|---|
| ۹ | صفحه ۶۹<br>$Lim_{x\to ۳}\frac{x}{x^۲-۹}=\infty$ $x=۳$ مجانب قائم (۰/۲۵)<br>$Lim_{x\to -۳}\frac{x}{x^۲-۹}=\infty$ $x=-۳$ مجانب قائم (۰/۲۵)<br>$Lim_{x\to \pm\infty}\frac{x}{x^۲-۹}=۰$ $y=۰$مجانب افقی(۰/۵) | ۱ |
| ۱۰ | صفحه ۸۲<br>هر نقطه (۰/۲۵)<br>( نقاط A,C,D باز پاسخ)<br>  <br> | ۱ |
| ۱۱ | صفحه ۹۹<br>$x=۰\to Lim_{x\to ۰^+}f(x)=Lim_{x\to ۰^+}x^۲=۰$ (۰/۲۵)<br>$Lim_{x\to ۰^-}f(x)=Lim_{x\to ۰^-}\ ۵x-۴=-۴$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) تابع در $x=۰$ حد ندارد پس پیوسته نیست لذا مشتق پذیر نخواهد بود.<br>$x=۳\to f'_+(۳)=Lim_{x\to ۳^+}\frac{x+۶-۹}{x-۳}=۱$ (۰/۲۵)<br>$f'_-(۳)=Lim_{x\to ۳^-}\frac{x^۲-۹}{x-۳}=۶$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) تابع در $x=۳$ پیوسته است ولی مشتق پذیر نیست.<br>(با توجه به اینکه تابع در نقطه $x=۳$ پیوسته است چنانچه بدون استفاده از تعریف ، مشتق محاسبه شود نمره منظور گردد). | ۱/۵ |
| ۱۲ | صفحه ۱۰۱<br>الف) $f'_{(x)}=\left[\frac{۳x^۲(۲x-۱)-۲x^۳}{(۲x-۱)^۲}\right](۴x^۲+۳)+۸x(\frac{x^۳}{۲x-۱})$ (۱)<br>ب) $g'_{(x)}=۳\sin^۲(-۴x-۱)\times(-۴)\cos(-۴x-۱)$ (۱) | ۲ |
| ۱۳ | صفحه ۱۰۷ $f'(t)=۲t+۳=۴\to t=\frac{۱}{۲}$ (۰/۵) $\bar{V}=\frac{f(۱)-f(۰)}{۱-۰}=\frac{۱+۳+۰}{۱}=۴$ (۰/۵) | ۱ |
| ۱۴ | صفحه ۱۲۶<br>$f'(x)=۳ax^۲-b\to f'(-۱)=۰\to ۳a-b=۰$ (۰/۵)<br>$(-۱,۴)\to f(-۱)=-a+b+۲=۴\to -a+b=۲$ (۰/۵)<br>$۳a-b=۰$<br>$-a+b=۲$ (۰/۵)<br>$۲a=۲\to a=۱,\ b=۳$ | ۱/۵ |

« ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سوم »

بسمه تعالی

| | | |
|---|---|---|
| **راهنمای تصحیح سؤالات درس: حسابان۲** | **رشته : ریاضی و فیزیک** | **ساعت شروع :** |
| **پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه** | **تاریخ امتحان :** | **تعداد صفحه: ۳** |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|---|---|---|
| ۱۵ | صفحه ۱۱۷<br>$y' = ۱۲x^۳ - ۲۴x^۲ = ۱۲x^۲(x-۲) = ۰ \rightarrow x = ۰ , x = ۲$ (۰/۵)<br>$\begin{cases} f(۰) = ۰ \\ f(-۱) = ۱۱ \\ f(۲) = -۱۶ \rightarrow \text{مطلق } min \\ f(۳) = ۲۷ \rightarrow \text{مطلق } max \end{cases}$ (۰/۵) | ۱ |
| ۱۶ | صفحه ۱۳۶<br>$f'_{(x)} = ۳x^۲ - ۶x + ۳ \rightarrow f''_{(x)} = ۶x - ۶ = ۰ \rightarrow x = ۱$<br>(۰/۲۵) (۰/۲۵)<br>$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & ۱ & & +\infty \\ \hline f'' & & - & 0 & + & \\ \hline f & & \cap & \text{عطف} & \cup & \end{array}$ (۰/۵)<br>نقطه عطف $(۱,۳)$ (۰/۲۵) | ۱/۲۵ |
| ۱۷ | صفحه ۱۴۴<br>$y' = \frac{-۱}{(۲x-۱)^۲}$ (۰/۲۵)<br>$x = \frac{۱}{۲}$ مجانب قائم (۰/۲۵)<br>$y = -\frac{۱}{۲}$ مجانب افقی (۰/۲۵)<br>$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \frac{۱}{۲} & & +\infty \\ \hline y' & & - & \| & - & \\ \hline y & -\frac{۱}{۲} & \searrow & -\infty \;\|\; +\infty & \searrow & -\frac{۱}{۲} \end{array}$ (۰/۵)<br>(۰/۵) | ۱/۷۵ |
| | « همکار محترم خدا قوت » جمع نمره | ۲۰ |

مصحح گرامی به سایر پاسخ‌های صحیح نیز نمره تعلق می‌گیرد.